

Analytické vyčleňovanie geometrických systémov diskontinuity hornín v štruktúrnych diagramoch

MILAN SLIVOVSKÝ

Vysoká škola dopravy a spojov, Katedra geodézie a geotechniky,
Moyzesova 20, 010 88 Žilina

(8 obr. a 5 tab. v texte)

Doručené 26. 3. 1984

Аналитический метод выделения геометрических систем дисконтинуиты горных пород

В настоящей работе автор занимается использованием структурных диаграмм дисконтинуиты горных пород (напр. трещиноватости,...) в том числе и аналитическим методом выделения геометрических систем трещиноватости пород. Методика использует данные, связанные с векторными представлениями ориентированных величин. Она опирается на теорию ошибок и вероятностей применительно измерениям положений на сфере, разработанную Р. Фишером (Fisher, 1953). Кроме того применяются решения Ватсона и Ирвина (Watson, Irving, 1957) и работы Л. Д. Кноринга (Knoring, 1962, 1969) и автора (Slivovský, 1972, 1977).

Analytical determination of geometrical systems of rock's discontinuities in fabric diagrams

The paper deals with fabric diagrams of rock discontinuities (e. g. joints, bedding and schistosity planes...) and an analytical procedure of the determination of geometric sets (systems) rock's discontinuities in those ones. This way utilises R. Fischer's probability density function on a sphere (Fisher, 1953) its applications by L. D. Knoring (1962, 1969), Slivovský (1972, 1977) and also some results of G. S. Watson and E. Irving (1957) originally used in the field of paleomagnetism.

Približne vyčleňovať geometrické systémy diskontinuity hornín podľa ich priestorovej polohy (orientácie), ako aj reprezentanta systému (priemerná poloha systému; sumárny vektor zoskupenia orien-

тованých величин — в нашом випадку дисконтинуїт) можна аж візуально, а то podľa distribúcie a koncentрації орієнтованих величин в штрктурном діаграмі. Такітй поступ може в практиці постоаювати.

tickou metódou v súčasnosti umožňujú počítače, a to najmä spracúvaním hromadne vykonaných meraní. Ale rovnako aj algoritmy riešení stabilitných, filtračných, ako aj štruktúrnych úloh v inžinierskej geológii súvisiacich s diskontinuitou masívu budú stále viac využívať exaktnejšie — analytické postupy.

Používané termíny, ako je diskontinuita a priestorová poloha diskontinuity, sa podrobne vysvetľujú v správe výskumnej úlohy II-4-7 Modely horninových masívov a ich hodnotenie (Matula et al., 1982).

Zobrazovanie orientácie diskontinuity pomocou vzťažnej (konštruktívnej) polosféry G

Polohu (orientáciu) ľubovoľnej horninovej diskontinuity v priestore možno zobraziť pomocou orientovanej vzťažnej polosféry G (obr. 1), ktorej stred O' sa na zemskej sfére dáva do miesta merania. Miestom merania je prirodzený alebo umelý odkryv, napr. skalná stena, štôľňa, vrt a pod. Stred O' je zároveň priesečníkom dotyčníc t_m , t_r k zemskému poludníku a rovnobežke. Dotyčnice t_m , t_r určujú na zemskej sfére svetové strany (N, S, E, W) a súčasne aj dotykovú rovinu τ , ktorá má vodorovnú polohu, takže $\tau = \Pi$, keďže je kolmá na zvislý smer, t. j. spojnicu stred zemskej sféry (O) — zenit. V priestore je na svetové strany orientovaná aj vzťažná polosféra G, lebo jej „rovník“ $\circ r$ leží v rovine Π . Na polosfére G je orientovaná aj sústava pomocných (konštruktívnych) meridiánov a rovnobežiek, ktoré majú normálnu alebo transverzálnu (pričnú) polohu. Ak sa premietnu do vodorovnej roviny (Π), vznikajú tzv. normálne a transverzálne siete a tie sa používajú na zostavovanie štruktúrnych diagramov diskontinuity (obr. 3).

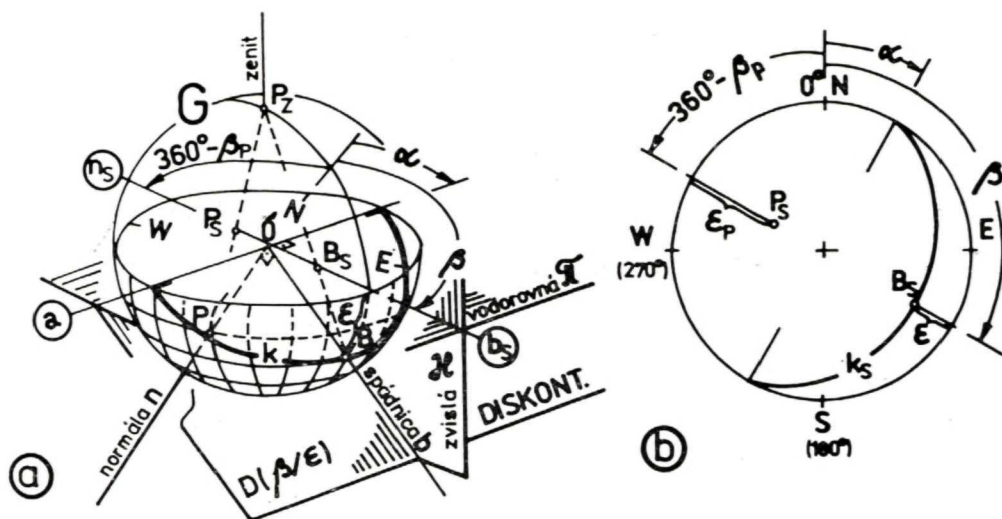
Sférické obrazy diskontinuity (D) na vzťažnej polosfére G a ich azimutálne priemety; štruktúrne diagramy diskontinuity

Ak sa ľubovoľná diskontinuita, napr. puklina, plocha vrstvovitosti a pod., geometrizuje plochou 1° (rovinou) a transláciou sa umiestni do stredu O' vzťažnej polosféry (obr. 2), pretne sa s ňou vo sférických obrazoch: v hlavnej polokružnici k, priesečníku B spádnice b alebo priesečníku normály n diskontinuity, v tzv. póle P (obr. 2a). S rovinou Π sa diskontinuita pretína v hlavnej (smerovej) priamke a. Polohu B, P, a možno orientovať uhlami (súradnicami) jednak na zemepisný sever, a to azimutom α -smer, azimutom β -smer sklonu (alebo β_p) a na vodorovnú rovinu Π uhlom ε (sklon D) alebo sklonom normály ε_p . Na zjednodušenie úlohy treba sférické obrazy k, B, P previesť do roviny azimutálnej priemietne. Vykonáva sa to podľa zásad stereografického alebo Lambertovho premietania (Slivovský, 1972). V obr. 2b sme na sfére orientované veličiny B, P, k stereograficky premietli do roviny Π , čím sme získali ich stereografické pôdorysy B_s , P_s .

Konštruktívny spôsob vynášania veličín B_s , P_s , k_s na zostavenie takýchto diagramov by bol komplikovaný. Na praktické ciele sa preto ako pomôcka využívajú azimutálne siete. V normálnej sieti (obr. 1) sa vyznačí poloha diskontinuity priesečníkmi spádnice B_s pomocou zmeraných súradníc β ; ε alebo pólami P_s (obr. 2b), pre ktorých súradnice platí

$$\beta_p = \beta \pm 180^\circ \quad \varepsilon_p = 90^\circ - \varepsilon \quad (1)$$

Pri hromadnom meraní priestorovej polohy diskontinuit tvorí súbor záznamov ich polohy v priemietni (Π) štruktúrny diagram diskontinuity. Podľa toho, ktorý zo



Obr. 2. a) Zobrazenie polohy diskontinuity vo vzťažnej polosfére sférickými obrazmi B, P, k; b) a ich stereografickými priemetmi B_s , P_s , k_s v rovine π (štruktúrneho diagramu)

Fig. 2. a) Representation of the position of a discontinuity in the reference hemisphere by the spherical images B, P, k; b) and their stereographic projections B_s , P_s , k_s in the plane π (fabric diagram)

sférických obrazov B, P, k sa v priemetni zobrazí, sa rozlišujú: bodové diagramy — zobrazujú priesečníky spádnic, t. j. body B_s alebo priesečníky normál P_s (= pólové diagramy), a priesečnicové diagramy, ktoré zobrazujú polohu diskontinuity jej stopami k_s , t. j. priesečnicami D s polosférou G.

Grafickým záznamom hromadných meraní orientácie puklín sú štruktúrne diagramy puklín (obr. 3a-d). Vyznačujú disperziu B_s alebo P_s . Z nich sa zostavujú kontúrové diagramy, v ktorých sa izolínami ohraničujú zoskupenia pólov P_s alebo B_s s rovnakou relatívnou (v %) alebo absolútnou početnosťou. Z disperzie a hustoty B_s alebo P_s na diagrame sa získava predstava, či je puklinatosť v masíve ojedinelá, všesmerne orientovaná (obr. 3a) alebo systémová (obr. 3b-d). V poslednom prípade sa póly P_s (alebo B_s) koncentrujú do zoskupení. Ich najvyššiu koncentráciu

— maxima — možno estimačne kvalifikovať ako geometrické systémy. Analytický spôsob vyčleňovania systémov aplikoval M. Slivovský (1977).

Priesečnicové diagramy odvodené od maxim P_s (alebo B_s) kontúrových diagramov ukazuje obr. 3d.

Množina puklín v masíve vytvára priestorovú sieť (súbor) puklín. V ňom môže mať každá puklina všeobecne inú priestorovú orientáciu v celom rozsahu definičného oboru β a ε (v diagramoch bodov B_s , resp. P_s , ide o rovnomerné rozdelenie) alebo niektoré z nich sú v polohe štatisticky konformné. Takáto skupina (zhluk, zoskupenie) tvorí geometrický systém. Tento pojem je najmä geometrický a nemusí mať genetický ani fenomenologický alebo iný význam napriek tomu, že sa puklinové systémy spravidla rozlišujú vo vzťahu k ich genéze (tektonické, stratifikačné, exogénne a pod.) alebo k mecha-

Geometrický systém môže súvisieť iba s čiastkovou oblasťou alebo s vyššou štruktúrou v masíve. Ak sa napríklad mení poloha vrstovitosti a osi vrásky, mení sa aj poloha litogenetických puklín zahrnutých do rovnakého geometrického systému. Poloha systému sa teda mení v čiastkových oblastiach takejto štruktúry, napr. v rámci vrásových krídiel, zámku a pod. Potom ide o zmenu polohy (orientácie) puklinového systému (Rac — Černyšev, 1970).

Aj keď sa zdôrazňuje konformnosť puklín ako rozhodujúci znak zaraďujúci ich do geometrického systému, treba rešpektovať aj ich genézu. Ale v masívoch so zložitou históriou ich litogenézy, tektogenézy a hypergenézy, akými sú napr. mnohé masívy Západných Karpát, sa pri veľkej početnosti systémov môže vyčleňovanie akýchkoľvek systémov stať zložitým problémom, lebo napr. pukliny rozličnej genézy môžu byť — vzhľadom na ich polohu — zahrnuté do rovnakého geometrického systému (Slivovský, 1977a).

Hodnotenie orientovaných veličín v štruktúrnych diagramoch. Fisherovo rozdelenie orientovaných veličín

Už vizuálne možno zo štruktúrnych diagramov zistiť, či distribúcia diskontinuít (pólov P_s alebo priesečníkov spádnic B_s) v nich je rovnomerná (homogénna), alebo sa zhlukuje a tvorí zoskupenia (systémy), ktorých rozdelenie sa podriaďuje zákonu normálnej distribúcie.

Aby sa takéto zoskupenia mohli so zvolenou pravdepodobnosťou považovať za systém, treba analyzovať, akej teoretickej funkcií sa podriaďuje rozptyl polohy diskontinuít vnútri zoskupenia, určiť typ funkcie a vhodným testom overiť, či empirické (namerané) zoskupenie je v zhode s teoretickým.

Riešiť tento problém významne pomohla práca R. Fishera (1953) Dispersion on the sphere, ako aj G. S. Watsona — E. Irvinga (1957), zameraná na potreby paleomagnetizmu.

R. Fisher (1953) odvodil, že rozdelenie orientovaných veličín na sfére má hustotu charakterizovanú funkciou:

$$F(\theta) = \frac{k}{2 \sinh k} \cdot e^{-k \cdot \cos \theta} \cdot \sin \theta \quad (2)$$

v ktorej k je koncentračný faktor disperzie orientovaných veličín (u nás bodov B alebo P). Pri $k = 0$ je rozdelenie rovnomerné, pri $k \geq 4,0$ ho podľa centrálnej limitnej vety možno aproximovať normálnym rozdelením. Uhol θ je uhol medzi sumačným vektorom (rezultantom, tiež reprezentantom) zoskupenia a daným smerom, v našom prípade ľubovoľnou diskontinuitou v zoskupení.

Na hodnotenie dobrej zhody medzi empirickým (nameraným) a teoretickým rozdelením je viac kritérií. Aby sa hypotéza teoretického rozdelenia aplikovaná na empirické rozloženie splnila, stanovuje sa pre ňu tzv. kritická hodnota p (hladina významnosti), ktorej prekročenie pri korešpondujúcom stupni voľnosti je tak málo pravdepodobné, že sa prakticky pokladá za nemožné. Uvažujú sa v hodnote 0,05, resp. 0,01.

Ak sa testom potvrdí, že pravdepodobnosť výskytu takejto odchýlky je menšia ako kritická, potom sa hypotéza dobrej zhody medzi empirickým a teoretickým rozdelením nezamieta. Z testov dobrej zhody sa používa kritérium χ^2 (Pearson), inokedy aj metóda malého výberu.

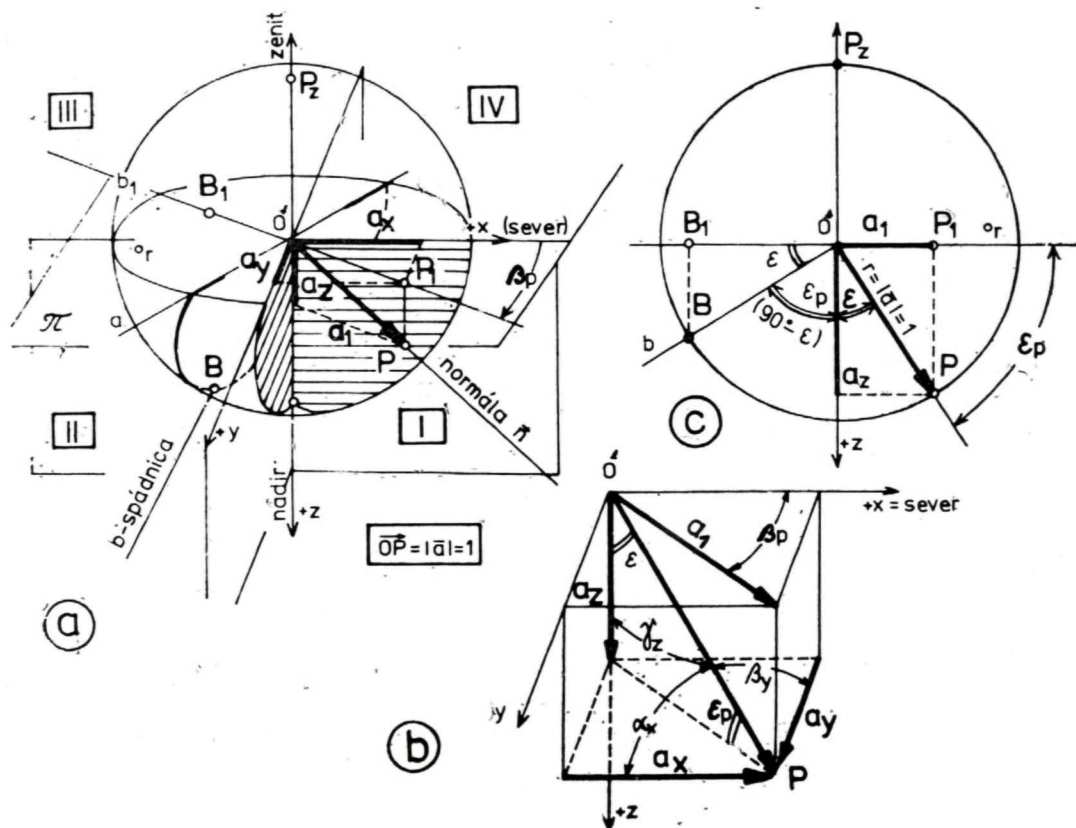
Ďalej použijeme tento postup: a) pre analyzované zoskupenie, ktoré považujeme za geometrický systém, určíme polohu jeho reprezentanta (sumačného vektora A; priemernú polohu systému D) charakterizovanú súradnicami β_p , ε_p a ich zaručenú

presnosť; b) testom zhody overíme, či empirické zoskupenie orientovaných veličín možno pokladať za systém.

Určenie priemernej polohy (orientácie) systému a presnosti jeho polohových súradníc

Každá diskontinuita translokovaná do stredu O' vzťažnej polofséry G s polome-

rom $r=1$ sa vyjadrí jej normalizovaným (jednotkovým) vektorom $O'P$ (obr. 4). V polofsére G zvolíme súradnicový systém s počiatkom v jej strede O' tak, aby os $+x$ korešpondovala so severom, $+y$ s východom a $+z$ s nadirom. Každú diskontinuitu možno súčasne zobraziť sférickými súradnicami jej pólu ($\beta_p; \varepsilon_p; r=1$) alebo priesečníka spádnic $B(\beta; 90-\varepsilon; 1)$, kde ε a $(90-\varepsilon)$ sú polárne (nadirové) vzdialenosti pólů P , resp. B .



Obr. 4. a) Normalizovaný (jednotkový) vektor $O'P$ orientovanej veličiny (diskontinuity) v polofsére G polomeru $r=1$; jeho sférické súradnice ($\beta_p; \varepsilon_p; 1$) a zložky a_x, a_y, a_z v súradných osiach; b) rozklad normalizovaného vektora na zložky a_x, a_y, a_z ; c) meridiánový rez normalizovaným vektorom

Fig. 4. a) Unit (normalized) vector $O'P$ of an oriented variable (discontinuity) in the lower hemisphere G of radius $r=1$, its spherical coordinates ($\beta_p; \varepsilon_p; 1$) and components a_x, a_y, a_z on the coordinate axes; b) decomposition of unit vector into its components a_x, a_y, a_z ; c) meridian cross-section through the normalized vector

V karteziánskom systéme x, y, z (obr. 4c) s počiatkom v strede O' sféry G určujú polohu a veľkosť normalizovaného vektora $O'P$ jeho smerové kosínusy $\cos \alpha_x = a_x$, $\cos \beta_y = a_y$, $\cos \gamma_z = a_z$ uhlov $\alpha_x, \beta_y, \gamma_z$ s osami x, y, z . Transformácia súradníc $\beta_p; \varepsilon_p$ (resp. $\beta; \varepsilon$) na smerové kosínusy normalizovaného vektora pre póly P diskontinuít sa určuje podľa vzťahov

$$\left. \begin{aligned} a_x &= \cos \alpha_x = \cos \varepsilon_p \cos \beta_p \\ a_y &= \cos \beta_y = \cos \varepsilon_p \sin \beta_p \\ a_z &= \cos \gamma_z = \sin \varepsilon_p \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Polohu reprezentanta v zoskupení pólov P_i možno charakterizovať súradnicami $\beta_p; \varepsilon_p$ (obr. 5a) sumačného vektora (rezultanty normalizovaných vektorov) A . Jeho veľkosť sa určuje z algebraického súčtu zložiek a_x, a_y, a_z jednotlivých normalizovaných vektorov z zoskupení podľa vzťahu

$$A = \left[\left(\sum_i a_{xi} \right)^2 + \left(\sum_i a_{yi} \right)^2 + \left(\sum_i a_{zi} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

Súradnice určujúce jeho polohu v priestore sú potom sklon ε_p , smer sklonu β_p .

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_p &= \arcsin \left(\frac{\sum_i a_{zi}}{A} \right) \\ \beta_p &= \arctg \left(\frac{\sum_i a_{yi}}{\sum_i a_{xi}} \right) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Analogicky sa odvodzujú aj vzťahy pre zoskupenie zobrazené priesečníkmi spádnic B_i a súradnicami $\beta_i; \varepsilon_i$. Na výpočet reprezentanta A (β/ε) sa použije rovnica (1) alebo transformácia súradníc $\beta; \varepsilon$ na smerové kosínusy uvedené napr. v našej práci (Slivovský, 1977). V oboch prípadoch sa prihliada na znamienka trigonometrických funkcií v jednotlivých kvadrantoch.

Pre reprezentanta (sumačný vektor A) treba určiť uhol θ_0 kužeľa spoľahlivosti (obr. 5) v polosfére G , ktorému na jej plášti a v stereografickom priemete zod-

povedá kruh so zaručeným polomerom θ_0 v oblúkovej miere. Potom sa sumačný vektor A ocitne s pravdepodobnosťou $1 - p$ (zvyčajne 0,95 alebo 0,99) v jeho vnútri, resp. bude mimo zaručujúceho kužeľa (kruhu) s pravdepodobnosťou opačného predpokladu p (0,05, resp. 0,01) (obr. 5b).

Pravdepodobnosť p , že uhol Ω prevýši uhol spoľahlivosti, t. j. že uhol medzi zameraným smerom vektora a jeho skutočným smerom bude od θ_0 väčší, určuje R. Fisher (1953) vzťahom

$$p = \left(\frac{N-A}{N-A \cos \theta_0} \right)^{N-1} \quad (6)$$

v ktorom N je počet diskontinuít v zoskupení a A je geometrický súčet normalizovaných vektorov.

Riešením s pravdepodobnosťou p {0,05, resp. 0,01} dostaneme

$$\cos \theta_0(1-p) = 1 - \frac{N-A}{A} \left\{ \left(\frac{1}{p} \right)^{\frac{1}{N-1}} - 1 \right\} \quad (7)$$

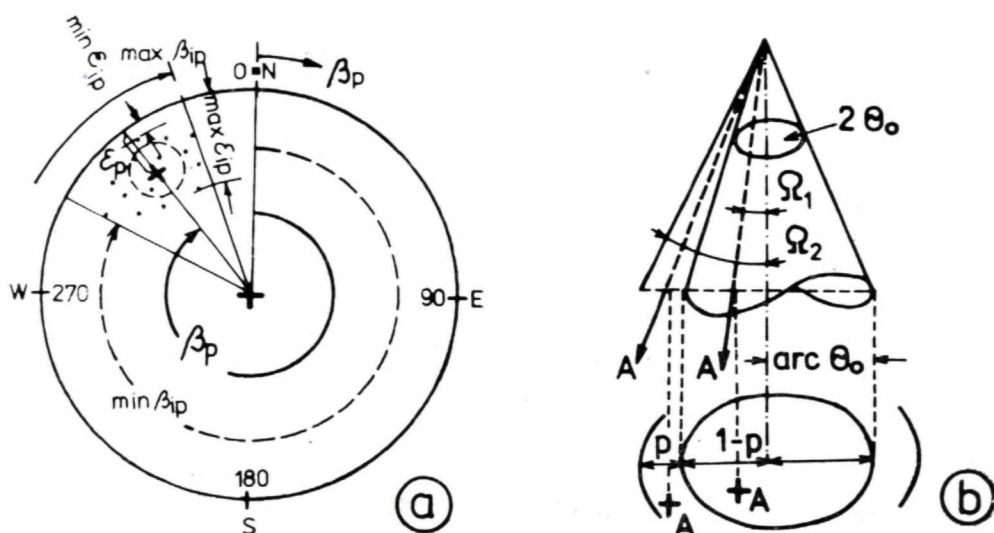
kde θ_0 je polovičná hodnota vrcholového uhla kužeľa spoľahlivosti. Čím bude pri zvolenej pravdepodobnosti p uhol θ_0 menší, tým presnejšie bude určená poloha reprezentanta. Uhol θ_0 bude malý iba pri silnej koncentrácii orientovaných veličín.

Hodnoty $\{(1/p)^{1/(N-1)} - 1\}$ pre N od 3 do 100 a $p = 0,05$ uvádza E. Irving (1964).

O. Braitsch (1956) zostavil diagramy (obr. 6), z ktorých z pomeru $(N-A)/A$ a pre p {0,05 a 0,01} a z počtu diskontinuít N možno určiť uhol θ_0 Fisherovho zaručujúceho kužeľa. Uhol $\pm \theta_0$ má zmysel dvojnásobnej kvadratickej chyby. Určuje presnosť polohy reprezentanta zoskupenia (systému), ktorého súradnice sú

$$\left. \begin{aligned} \beta_p &= \beta_p \pm \theta_0 \\ \varepsilon_p &= \varepsilon_p \pm \theta_0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\overline{O'P} = \overline{O'P}$$



Obr. 5. a) Polohu sumačného vektora $\mathbf{A}$ testovaného zoskupenia určujú súradnice β_p ; ε_p , ich presnosť kruh spoľahlivosti $(1-p)$ polomeru $\text{arc } \theta_0$. Rozptyl zoskupenia určujú extrémny $[\max, \min]$ súradníc β_{ip} ; ε_{ip} ; b) kužeľ a kruh spoľahlivosti a poloha sumačného vektora $\mathbf{A}$ v nich

Fig. 5. a) The position (orientation in the space) of the normalized vector of a tested clustering is determined by coordinates β_p , ε_p . Their accuracy confidence circle $(1-p)$ of radius θ_0 . The dispersion of a clustering is determined by the extremes $[\max, \min]$ of coordinates β_{ip} , ε_{ip} ; b) Cone and circle confidence and the position of the sum vector $\mathbf{A}$ therein

Testovanie empirického zoskupenia orientovaných veličín (existencie geometrického systému diskontinuity); kritérium χ^2

Aby empirická distribúcia orientovaných veličín (vektorov) vyhovela Fisherovej funkcii normálneho rozdelenia s $k \geq 4$ podľa vzťahu (2), musia sa splniť dve podmienky (Watson — Irving, 1957).

Podmienka 1. Azimuty β_{oi} medzi sumačným vektorom $\mathbf{A}$ a každým jednotkovým vektorom v zoskupení (zmeranou diskontinuitou) majú rovnomerné rozdelenie v celom rozsahu $0 < \beta_{oi} \leq 2\pi$.

Podmienka 2. Uhly θ_i medzi sumačným vektorom a každým jednotkovým vektorom sa rozdeľujú podľa vzťahu

$$f(\theta) = e^{-k(1-\cos\theta)} \quad (9)$$

Logaritmovaním dostaneme

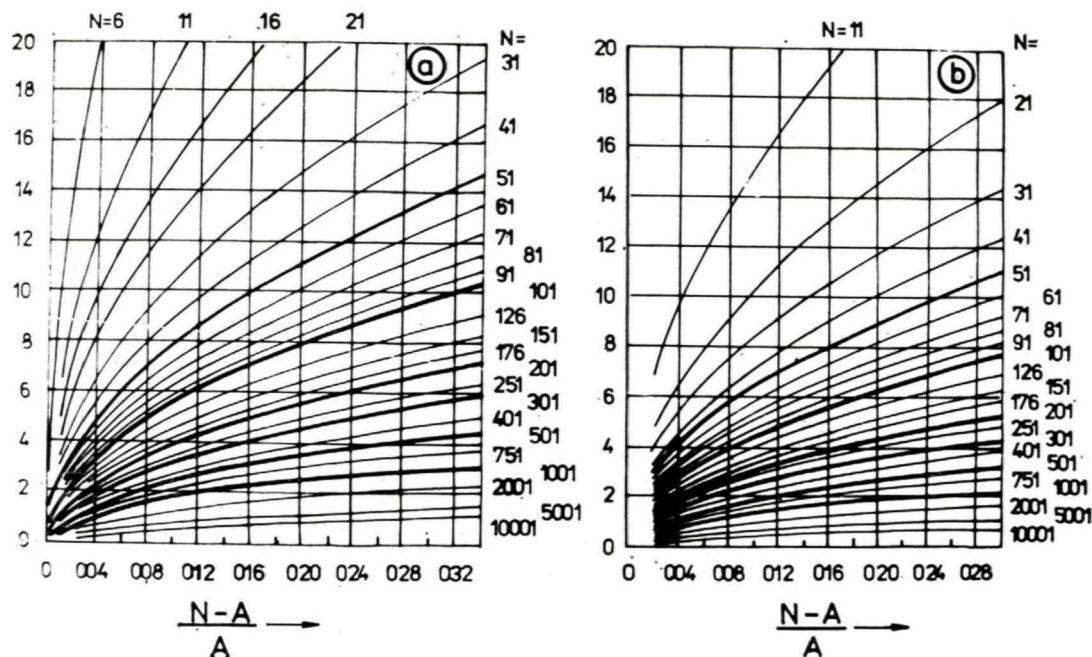
$$-\ln f(\theta) = k(1-\cos\theta) \quad (10)$$

kde k je miera koncentrácie (rozptylu) smerov. Približne bude (Fisher):

$$k = (N-1)/(N-A) \quad (11)$$

pričom N je počet diskontinuit v zoskupení a A veľkosť sumačného vektora — vzťah (4).

$$\beta'_p \text{ je } \overrightarrow{\beta_p} \text{ a } \varepsilon'_p \text{ je } \overrightarrow{\varepsilon_p}$$



Obr. 6. Uhol θ_0 zaručujúceho kužeľa (kruhu) polohy sumačného vektora **A**. a) pre $p = 0,01$; b) pre pravdepodobnosť $p = 0,05$ (Braitsch, 1956)

Fig. 6. a) Angle θ_0 of the cone (circle) confidence for the position of the sum vector **A** a) for $p = 0.01$ b) for $p = 0.05$ (p = the significance level) O. Braitsch (1956)

Kontrola týchto podmienok sa vykonáva testom χ^2 . Aplikácia tohto kritéria vyžaduje rozdeliť empirické zoskupenie pólov P_i (alebo B_i) v bodovom diagrame (obr. 7a) do intervalov tvorených: a) meridianovými sektormi s konečným počtom l v každom s počtom diskontinuít l_{mi} ; b) rovnobežkovými pásmi s počtom v a v každom z nich s počtom diskontinuít v_{mi} . Modulácia intervalov v stupňoch má byť taká, aby distribúcia diskontinuít v sektoroch a pásoch bola približne rovnomerná a symetrická (Knoring, 1962). Na schéme podľa obr. 7b je modulácia sektorov po 36° a pásov po 5° .

Rozdelením do sektorov sa overuje distribúcia jednotkových vektorov okolo sumačného vektora **A** podľa azimutu β_0 (podmienka 1). Rozdelením do pásov po-

dľa θ , ako rozdielov sklonov jednotlivých vektorov od sumačného vektora **A**, sa overuje podmienka 2. Ak test χ^2 (alebo test malého výberu) potvrdí ich splnenie, potom existuje zhoda medzi empirickým a Fisherovým (teoretickým) rozdelením, t. j. hypotéza normálneho (Fisherovho) rozdelenia sa nezamieta.

Intervalové uhly β_{oi} , θ_i medzi individuálnymi a sumačným vektorom sa zisťujú podľa vzťahov vektorovej algebry alebo graficky priamo na sieti podľa obr. 7b, ale najprv treba sumačný vektor **A** (rotáciou diagramu) stotožniť so stredom normálnej siete a ostatné jednotkové vektory na diagrame transformovať okolo neho.

Výpočtová empirická hodnota sa zisťuje samostatne pri testovaní obidvoch pod-

mienok podľa vzťahu (Knoring, 1962, 1969)

$$\bar{x}^2 = \left(\sum_{i=1}^k \frac{m_i^2}{N_{pi}} \right) - N \quad (12)$$

kde m_i je skutočný (empirický) počet normalizovaných vektorov v i -tom intervale (sektore, resp. páse), N_{pi} priemerný počet normalizovaných vektorov (stred) v i -tom intervale a N celkový počet normalizovaných vektorov v zoskupení.

Pre azimuty β_{oi} bude priemerná hodnota (stred) N_{pi} pri rovnomernom rozdelení v i -tom sektore (Smirnov — Dunin — Barkovskij, 1959)

$$N_{pi} = N/l = \text{konšt.}$$

kde $N = \sum_{i=1}^l N_{pi}$ je celkový počet normalizovaných vektorov v zoskupení a l — počet sektorov.

Pre uhly θ_i bude priemerná hodnota N_{pi} (stred) v i -tom páse s polárnou vzdialenosťou $\theta_i - \theta_{i+1}$ podľa G. S. Watsona:

$$N_{pi} = N [f(\theta_i) - f(\theta_{i+1})] = N_{pi} \quad (13)$$

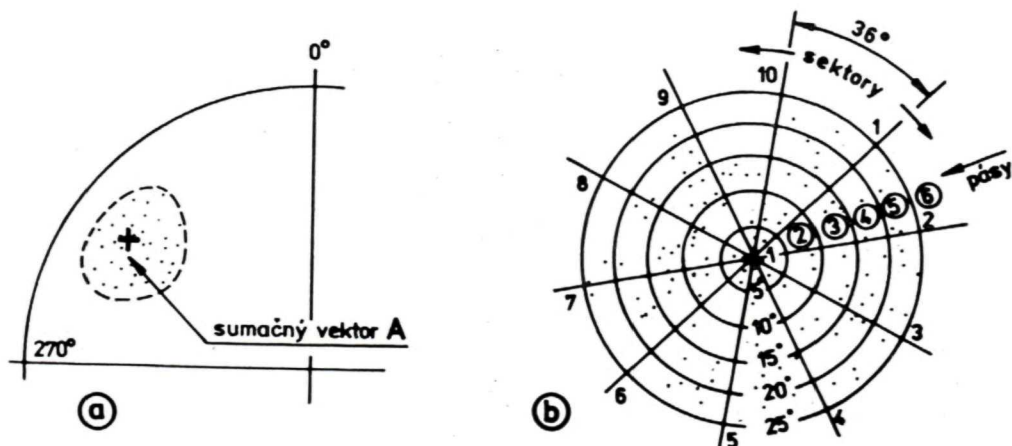
kde p_i je pravdepodobnosť zahrnutia do intervalu.

Funkcie $f(\theta_i; \theta_{i+1})$ sa zistia zo vzťahu (10)

$$-\ln f(\theta_i; \theta_{i+1}) = k(1 - \cos \theta_i; \theta_{i+1})$$

a k sa určí zo vzťahu (11). Výpočty sa zostavujú do tabuliek samostatne na testovanie distribúcie jednotkových vektorov okolo sumačného vektora jednak podľa azimutu β_{oi} (tab. I), ako aj podľa uhla θ_i (tab. II).

Výpočtové empirické hodnoty χ^2_{vyp} sa porovnávajú s teoretickými χ^2_{teor} (kritickými). Pre zvolenú hladinu významnosti p (0,05, 0,01 a pod.) a daný stupeň voľnosti nájdeme χ^2_{teor} v tabuľkách (napr. in Visteluis, 1958). Test sa vykonáva samostatne pre podmienky 1 a 2.



Obr. 7. a) Zoskupenie pólov P (resp. B) so sumačným vektorom **A** sa transformuje do stredu siete, b) kde sa rozdelí meridiánovými sektormi a rovnobežkovými pásmami (schéma)

Fig. 7. a) Clustering of poles P (or points B) with the sum vector **A** is transformed to the centre O' of set; b) where the scheme is divided into meridian sectors and parallel strips (scheme)

pre β_0 :

Tab. I

Sektor	Rozsah (modul) sektora [°]	Počet vektorov v sektore m_i	Priemerná hodnota počtu vektorov v sektore $Np_i = N/l$
1	$0^\circ - \beta_1$	m_1	$Np_i = \text{konšt.}$
2	$\beta_1 - \beta_2$	m_2	$Np_i = "$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
l	$\beta_{l-1} - 360^\circ$	m_l	$Np_i = "$
$\chi^2_{\text{vyp}} = \dots\dots$		$\sum_i m_i = N$	$\sum_i Np_i = N$

pre θ :

Tab. II

Pás	Rozsah (modul) páso	Počet vektorov v páse		θ_i	$f(\theta_i)$	Pravdepodobnosť za hrnutia jednot. vektov do páso P_i	Priemer. hodnota počtu vektorov v páse Np_i
		m_i	m_i^2				
1	$0^\circ - \theta_1$	m_1	m_1^2	0°	podľa vzťahu (9)	$P_i = f(\theta_i) - f(\theta_{i+1})$	podľa vztahu (12)
2	$\theta_1 - \theta_2$	m_2	m_2^2	θ_1			
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$			
ν	$\theta_{\nu-1} - \theta_\nu$	m_ν	m_ν^2	θ_ν			
$\chi^2_{\text{vyp}} = \dots\dots$		$\sum_i m_i^2$				$\sum_i 1,00000$	$\sum_i Np_i = N$

Počet stupňov voľnosti sa určuje počtom intervalov l zmenšený ešte o počet nezávislých parametrov

pre sektory s počtom l : $l - 1 - (2) = l - 3$,
pre pásy s počtom ν : $\nu - 1 - (2) = \nu - 3$.

Pre kritickú hladinu $p = 0,05$ ak: $\chi^2_{\text{vyp}} \leq \chi^2_{0,05}$ sa hypotéza zhody empirického rozdelenia s teoretickým Fisherovým prijíma. Pri opačnej nerovnosti sa hypotéza zamietá, t. j. analyzované zoskupenie je nehomogénne a orientované veličiny (diskontinuity) v ňom patria aspoň do dvoch systémov.

Příklad: Testovanie existencie puklinového systému a určenie jeho strednej polohy $\mathbf{A}$ (β_P ; ε_P).

Zo štruktúrnych diagramov puklín malofatranského granitoidného masívu v predzáreze Oravského tunela na trati Kľačany — Trstená sa testoval estimačný systém C s počtom $N = 30$ (Slivovský, 1977). Póly puklín P_i (v stereografickej projekcii) sú vyznačené na obr. 8. Poloha sumačného vektora $\mathbf{A}$ (β_P ; ε_P) sa určila podľa rovníc (3) až (5) v upravenej forme transformačných rovníc $a_x = \sin \varepsilon \cos \beta_P$, $a_z = \cos \varepsilon$, $a_y = -\sin \varepsilon \sin \beta_P$. Výpočet je v tab. III. V tab. IV a V sú výpočty empirického χ^2_{vyp} na testovanie podmienky 1 a 2.

Po určení polohy reprezentanta $\mathbf{A}$ sme zoskupenie pólov transformovali dvojito

Tab. III

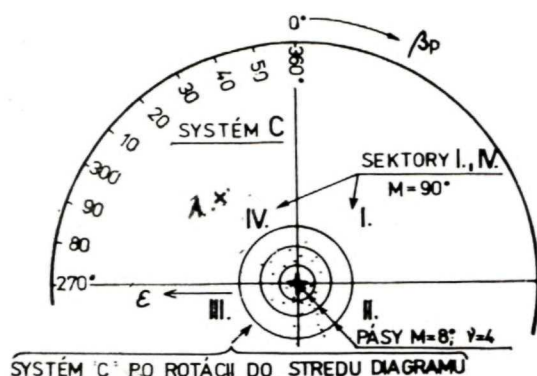
N	β_p	ϵ	$\sin \epsilon$	$\cos \beta_p$	$\sin \beta_p$	$\alpha_{x_i}^{*)}$	α_{y_i}	α_{z_i}
1	319 ⁽⁴⁹⁾	56	0,8290	0,7547	- 0,8561	0,626	- 0,544	0,5592
2	328 ⁽⁵⁸⁾	55	0,8192	0,8490	- 0,5298	0,695	- 0,434	0,5736
3	333 ⁽⁶³⁾	50	0,7860	0,8910	- 0,4540	0,683	- 0,348	0,6428
4	324 ⁽⁵⁴⁾	50	0,7860	0,8090	- 0,5878	0,620	- 0,450	0,6428
5	325 ⁽⁵⁵⁾	53	0,7986	0,8192	- 0,5736	0,654	- 0,458	0,6018
6	326 ⁽⁵⁶⁾	60	0,8660	0,9135	- 0,4067	0,791	- 0,352	0,5000
7	337 ⁽⁶⁷⁾	60	0,8660	0,9205	- 0,3907	0,797	- 0,338	- " -
8	336 ⁽⁶⁶⁾	52	0,7880	0,9135	- 0,4067	0,719	- 0,320	0,6157
9	301 ⁽³¹⁾	45	0,7071	0,5150	- 0,8572	0,364	- 0,606	0,7071
10	293 ⁽²³⁾	36	0,5878	0,3907	- 0,9205	0,230	- 0,541	0,8080
11	302 ⁽³²⁾	28	0,4695	0,5299	- 0,8408	0,249	- 0,398	0,8829
12	310 ⁽⁴⁰⁾	30	0,5000	0,6428	- 0,7660	0,321	- 0,383	0,8660
13	312 ⁽⁴²⁾	35	0,5736	0,6691	- 0,7431	0,384	- 0,426	0,8192
14	302 ⁽³²⁾	35	- " -	0,5299	- 0,8480	0,304	- 0,488	0,8192
15	317 ⁽⁴⁷⁾	57	0,8387	0,7314	- 0,6820	0,613	- 0,572	0,5446
16	310 ⁽⁴⁰⁾	57	0,8387	0,6428	- 0,7660	0,539	- 0,642	- " -
17	307 ⁽³⁷⁾	54	0,8090	0,6018	- 0,7988	0,487	- 0,648	0,5878
18	308 ⁽³⁸⁾	48	0,7431	0,6157	- 0,7880	0,458	- 0,586	0,6691
19	305 ⁽³⁵⁾	42	0,6691	0,5736	- 0,8192	0,384	- 0,548	0,7431
20	309 ⁽³⁹⁾	39	0,6293	0,6293	- 0,7771	0,390	- 0,489	0,7771
21	318 ⁽⁴⁸⁾	45	0,7071	0,7431	- 0,6691	0,525	- 0,473	0,7071
22	313 ⁽⁴³⁾	47	0,7314	0,6820	- 0,7314	0,499	- 0,535	0,6820
23	321 ⁽⁵¹⁾	65	0,9083	0,7771	- 0,6293	0,704	- 0,570	0,4226
24	315 ⁽⁴⁵⁾	65	0,9083	0,7071	- 0,7071	0,641	- 0,641	- " -
25	310 ⁽⁴⁰⁾	63	0,8910	0,6428	- 0,7660	0,573	- 0,683	0,4540
26	315 ⁽⁴⁵⁾	62	0,8829	0,7071	- 0,7071	0,624	- 0,624	0,4695
27	331 ⁽⁶¹⁾	44	0,6947	0,8746	- 0,4848	0,608	- 0,337	0,7193
28	315 ⁽⁴⁵⁾	41	0,6561	0,7071	- 0,7071	0,464	- 0,464	0,7547
29	320 ⁽⁵⁰⁾	36	0,5878	0,7660	- 0,6428	0,450	- 0,378	0,8080
30	322 ⁽⁵²⁾	42	0,6691	0,7880	- 0,6157	0,527	- 0,412	0,7431
$\Sigma = 15,929$							- 14,684	19,589
$\Sigma^2 = 253,733$							215,619	383,728

x)

$$\alpha_{x_i} = \sin \epsilon \cos \beta_p$$

$$\alpha_{y_i} = -\sin \epsilon \sin \beta_p$$

$$\alpha_{z_i} = \cos \epsilon$$



Obr. 8. Systém C puklín v granodioritoch Malej Fatry (Oravský tunel) zobrazený pólmi P, testovaný analyticky. Reprezentant (sumačný vektor) je označený krížikom

Fig. 8. System C of joints in granitoid of the Mala Fatra represented by poles P tested analytically. The representative of the system (sum vector) is marked by a cross

rotáciou do stredy diagramu (v normálnej sieti) na testovanie existencie systému (podmienky 1 a 2) testom χ^2 . Zoskupenie pólov tu bolo rozdelené do štyroch sektorov (I až IV) a rovnakého počtu pásov.

Kritická hladina bola zvolená 0,05. Kritické (teoretické) hodnoty $\chi^2_{0,05}$ sa určili z tabuliek (in: Vistelius, 1958) na testovanie obidvoch podmienok, pri ktorých je stupeň voľnosti 1 — 3 a $\nu = 3$.

pre β_0 :

Sektor l	Rozsah sektora [°]	Počet jednotk. vektorov v sektore m_l	Priemerná hodnota počtu jednot. vektorov v sektore $N_p = N/l$
1	0 - 90	6	7,5
2	90 - 180	9	7,5
3	180 - 270	7	7,5
4	270 - 360	8	7,5
$\chi^2 = 0,66$		30	30,0

$$\chi^2_{výp} = \left(\sum_{l=1}^n \frac{m_l^2}{N_{p_l}} \right) - N = \frac{6^2}{7,5} + \frac{9^2}{7,5} + \frac{7^2}{7,5} + \frac{8^2}{7,5} - 30 = 0,66$$

Poloha reprezentanta testovaného systému (sumačného vektora A):

$$A = (a_{xi}^2 + a_{yi}^2 + a_{zi}^2)^{1/2} = (253,733 + 215,619 + 383,728)^{1/2} = 29,20$$

$$\text{Kontrola: } \frac{253,733}{853,101} + \frac{215,619}{853,101} + \frac{383,728}{853,101} = 0,99 \approx 1$$

Súradnice reprezentanta A (β_p/ε_p) a ich presnosť:

$$\varepsilon = \arccos \left(\frac{\sum_{i=1}^N a_{zi}}{A} \right) =$$

$$= \arccos (19,589/29,2) = 47^\circ 52'$$

$$\varepsilon_p = 90 - \varepsilon = 90 - 47^\circ 52' = 42^\circ 08'$$

$$\beta_p = \arctg \left(\frac{\sum_{i=1}^N a_{yi}}{\sum_{i=1}^N a_{xi}} \right) =$$

$$= \arctg (14,684/15,929) = 42^\circ 40'$$

$$\beta_p = 360 - 42^\circ 40' = 319^\circ 20'.$$

Uhol θ_0 zaručujúceho kužeľa pri $p \{0,05\}$ sa určuje z diagramu O. Braitscha (1956) na obr. 6. Pri $(N-A)/A = (30 - 29,2)/29,2 = 0,03$ je $\theta_0 \approx 3^\circ 40'$. Priemernú polohu systému (reprezentanta A) možno vyjadriť súradnicami β'_p (smer sklonu) a ε'_p (sklon):

$$A : \beta'_p = 319^\circ 20' \pm 3^\circ 40'$$

$$\varepsilon'_p = 42^\circ 08' \pm 3^\circ 40'$$

Tab. IV

pre θ :

Tab.V

Pás γ	Rozsah pásu [°]	Počet vektorov v páse		θ_i	$f(\theta_i)$	Pravdepodobnosť zahr- nutia jednot. vektorov v páse P_i	Priemerná hodnota počtu vektorov v páse N_{p_i}
		m_i^-	m_i^+				
1	0-8	6	36	0	1,0000	0,2965	8,895
2	8-16	16	256	8	0,7035	0,4576	13,728
3	16-24	7	49	16	0,2459	0,2024	6,072
4	> 24	1	1	24	0,0435	0,0435	1,305
$\chi^2 = 1,53$						1,000	30,000

$$\chi^2_{\text{vyp}} = \frac{36}{8,895} + \frac{256}{13,728} + \frac{49}{6,072} + \frac{1}{1,305} - 30 = 1,531$$

Test χ^2 : Hodnoty χ^2_{vyp} empirického zoskupenia sú v tab. IV a V. Teoretické $\chi^2_{0,05} = 3,84$ je zhodné pre podmienku 1 a 2.

Keďže

pre β_{oi} , ("1"): $\chi^2_{\text{vyp}} = 0,66 < \chi^2_{0,05} = 3,84$

pre θ_i , ("2"): $\chi^2_{\text{vyp}} = 1,531 < \chi^2_{0,05} = 3,84$

hypotézu normálneho Fisherovho rozdelenia nezamietame, t. j. zhoda medzi empirickým a teoretickým rozdelením sa potvrdila. Zoskupenie v obr. 8 možno teda považovať za geometrický systém a jeho polohu charakterizuje reprezentant **A** (sumačný vektor). Rozptyl systému určujú diskontinuity s extrémnymi {max, min} súradnicami smeru sklonu β_{ip} a sklonu ε_{ip} .

smeru sklonu (β_p) a veľkosti sklonu (ε_p) so zaručenou presnosťou podľa zvolenej kritickej hladiny a na korešpondujúcich stupňoch voľnosti. Rozptyl systému možno charakterizovať extrémnymi hodnotami {max, min} polohových súradníc max β_{ip} ; max ε_{ip} ; min β_{ip} ; min ε_{ip} diskontinuit, ktoré do systému patria.

Použitie metódy je univerzálnejšie. Možno ju aplikovať na určenie priestorovej polohy aj iných štruktúrnych prvkov (lineácie a i.), ako aj úloh štruktúry masívu (blokovitost, stredná vzdialenosť puklín, index RQD atď.) a geomechanických problémov pri štúdiu stability a priepustnosti masívu.

Recenzoval L. Rozložník a R. Frič

Záver

Cieľom príspevku je ukázať možnosť vyčleňovať systémy diskontinuit v štruktúrnych diagramoch analyticky. Zoskupenie diskontinuit možno pokladať za systém, ak sa podriaďuje teoretickej funkcii hustoty normálneho rozdelenia, ktorú odvodil R. Fisher (1953). Takýto systém možno potom charakterizovať priemernou polohou (reprezentant, sumačný vektor zoskupenia), a to súradnicami priemerného

LITERATÚRA

- Braitsch, O. 1956: Quantitative Auswertung Einfacher Gefugediagramme. *Heidelberg. Beitr. Mineral. Petrogr.*, 5, 3, S. 210—226.
 Fisher, R. 1953: Dispersion on a sphere. *Proc. Roy. Soc., ser. A*, 217, pp. 195—305.
 Irving, E. 1964: Paleomagnetism and its applications to geological and geophysical problems. *New York, John Wiley and Sons, Inc.*
 Knoring, L. D. 1962: O vydeleniji treščin vektornym metodom. *Trudy VNIGRI*, 193.

- Knoring, L. D. 1969: Matematičeskije metody pri izučeníi mehanizma obrazovanija tektoničeskoj treščinovatosti. *Leningrad, Nedra*.
- Liszkowski, J. — Stochlak, et al. 1976: Szczelinowatość masywów skalnych. *Warszawa, Wydawnictwo geologiczne*.
- Rac, M. V. — Černyšev, S. N.: Treščinovatost i svojstva treščinovatykh gornych porod. *Moskva, Nedra*.
- Rajlich, P. 1980: Analýza orientovaných dat v geologii. *Knih. Ústř. úst. geol., 54*.
- Slivovský, M. 1972: Geometrické vzťahy v zobrazovaní štruktúrnych geologických plôch a niektoré azimutálne projekcie. [Výskumná úloha II-8-7/8.] *Manuskript — VŠDS Žilina*.
- Slivovský, M. 1977a: Diskontinuita horninových masívov. [Ašpirantské minimum.] *Manuskript — VŠDS Žilina*.
- Slivovský, M. 1977b: Kvantitatívne hodnotenie diskontinuit hornín masívov. [Kandidátska dizertačná práca.] *Manuskript — VŠDS Žilina*.
- Slivovský, M. 1983: Diskontinuita a model porušovania stability hornin. masívov. *In: Zakladanie stavieb. Brno*.
- Vistelius, A. B. 1958: Strukturnye diagramy. *Moskva — Leningrad, Izd. Akad. nauk SSSR*.
- Watson, G. S. — Irving, E. 1957: Statistical methods in Rock Magnetism. *Monthly Not. Roy. astron. soc. Geophys., suppl. 7, 6*.

Analytical determination of geometrical systems of rock's discontinuities in fabric diagrams

MILAN SLIVOVSKÝ

The paper deals with: a) fabric diagrams of spatial orientation of rock's discontinuities (e. g. joints, bedding and schistosity planes, ...) which are graphical representations of large collections of measurements; b) an analytic procedure of the determination of geometric sets of rock's discontinuities in fabric diagrams. At the end of the paper we present an example of the calculation of a geometric set discontinuity (joints).

Each discontinuity can be plotted in the fabric diagram by the projection of its spheric images — points B_s , P_s (fig. 2) or by its trace k_s (great circle), which are projections (stereographic or Lambert), in the plane π (plane of the diagram) of the intersections of the corresponding lines b (line of dip), n (a normal to the discontinuity plane), or the plane of discontinuity (D) with the lower reference hemisphere G . This hemisphere is oriented with respect to cardinale points: N, E, S, W, hence the position of points B_s (or P_s) can be also oriented with respect to the geographic North and to the horizontal plane (π) by the corresponding coordinate angles:

— to the North by the azimuth β (for B_s), resp. β_p (for P_s), these are azimuths of the projection of the line of dip b_s , resp. the normal n_s to the plane (D) —

fig. 2: in the geological terminology, azimuths β , β_p determine the so-called "dip direction" of a discontinuity.

— to the horizontal plane (π) the plane of discontinuity is oriented by its angle of dip (ε), resp. its normal (ε_p). The orientation of a discontinuity in the space is then determined by coordinates β/ε (resp. β_p/ε_p according to condition (1)).

Merely by visual evaluation of the fabric diagram it can be observed whether the distributions of discontinuities (points B_s or P_s) is uniform in the whole domain $0 < \beta \leq 360^\circ$ distribution of discontinuities (points β_s or ε_s and $0 \leq \varepsilon \leq 90^\circ$, or these points form clusters. If the number of discontinuities (the density of points B_s or P_s) is sufficiently large, such cluster can be considered as a geometrical set (system). The author describes an analytical method of determination of such systems. The method utilises R. Fisher's probability density function on a sphere (Fisher, 1953), works of G. S. Watson and E. Irving (1957), and some applications by L. D. Knoring (1962, 1969) and the present author (Slivovský, 1972, 1977).

The solution is based on vector analysis of oriented variables and probability theory. We use the following procedure:

a) Given a system which we suppose to be

geometrical, we determine the orientation of its representative (sum vector) $\mathbf{A}$, i. e. we determine a mean orientation of the system which is characterised by mean values of coordinates β_p/ε_p (or β/ε). Given the level of significance p [0.05, resp. 0.01] and the corresponding degree of freedom, we determine the accuracy of orientation of the representative (mean error of coordinates β_p, ε_p).

b) Using the χ^2 test of goodness of fit we verify whether the empirical clustering of oriented variables forms a geometrical system. We say that an empirical clustering forms a geometrical system if the distribution of oriented variables on a sphere agrees (via the test of goodness of fit) with the theoretical normal distribution. The density function of the theoretical distribution was given by R. Fisher (1953), see (2). In order that the distribution be normal, the concentration factor k of points B (or P) should be at least four ($k \geq 4$).

The procedure consists of the following steps:

1. Calculation of the mean orientation of the system i. e. coordinates β_p, ε_p (or β/ε).

— Each discontinuity in the tested clustering is transformed to the centre O' of reference hemisphere (fig. 4), where its position is expressed in Cartesian axes by coordinates $\cos \alpha_x, \cos \beta_y, \cos \gamma_z$ of its normalized (unit) vector. Corresponding we transform coordinates $\beta_{ip}, \varepsilon_{ip}$ to direction cosine of normalized vector according to (3). We find of the sum vector $\mathbf{A}$ (the representative of our system) according to (4): coordinates β_p, ε_p which determine the mean position (orientation) of system (the representative of s ; sum vector) we calculate from the relation (5).

— The accuracy of coordinates of the system's representative (mean error) is determined by the angle $2\theta_0$ of the confidence

cone, see (6) and (7) and fig. 5. Using the number of discontinuities N in the tested clustering, the given level of significance and the length of the sum vector $\mathbf{A}$, the value of θ_0 can be obtained from the diagram in fig. 6 (Braitsch, 1956).

— The mean orientation of the system (representative) is determined from (8), where coordinates β_p, ε_p also include angle θ_0 (which represent the mean error).

2. The χ^2 goodness of fit test between the empirical and theoretical distributions.

In order that the tested clustering could be evaluated as an system, the following two conditions have to be satisfied (Watson and Irving, 1957):

"1": azimuths β_{oi} between the sum vector and each partial vector in the clustering (partial discontinuity) have to have uniform distribution in the whole domain of the clustering i. e. in the domain $0 < \beta_{oi} \leq 360^\circ$.

"2": angles θ_i between the sum vector and each partial vector in the clustering have a certain exponential distributions (conditions (9) — (11)).

For each condition ("1", "2") the χ^2 -test is carried out independently:

— For the empirical clustering we first determine the calculated values χ^2_{vyp} from (12) — independently for "1" and "2"; see Tables I and II.

— Next, we find theoretical (critical) values of χ^2 corresponding to the given level of significance and degrees of freedom; see Tables in Vistelius (1959).

— Finally, comparing values χ^2_{vyp} and χ^2_{teor} , we do or do not reject the hypothesis of the normal distribution (the goodness of fit test) ... If $\chi^2_{vyp} \leq \chi^2_{teor}$, the hypothesis is not rejected and the tested clustering can be considered as a geometrical system. Otherwise the hypothesis is rejected.

ZO ŽIVOTA SPOLOČNOSTI

Mirko Matys: **Laboratórny a terénny výskum zemín v Škandinávií** (Bratislava 25. 10. 1984)

Prednáška obsahovala poznatky zo študijného pobytu v Dánsku (Department of Civil Engineering, Soil Mechanics Laboratory, University of Aalborg) a z návštevy geotechnických pracovísk v Nórsku a Švédsku.

V prednáške boli opísané merania konsolidácie podložia cestných stavieb in situ dvoma spôsobmi: meranie konsolidácie, krípu a koeficienta filtrácie morského ílu na dvoch typoch oedometra; merania interakcie podložia, základ, konštrukcia komína počas dynamického namáhania. Pri skúške sa merala zmena pórovitého tlaku, zvislé deformácie základu (v dvoch miestach), vodorovná deformácia